Inversion hyperelastischer Materialmodelle

Gegeben ist ein zunächst beliebiges hyperelastisches Materialmodell in *quasi–inkompressibler Form* durch eine Verzerrungsenergiefunktion

$$\Psi = \Psi_{iso} + \Psi_{vol} \tag{1}$$

mit beispielsweise $\Psi_{iso}^{Yeoh} = c_1\,(\bar{I}_1 - 1) + c_2\,(\bar{I}_1 - 1)^2 + c_3\,(\bar{I}_1 - 1)^3$ und $\Psi_{vol} = \frac{1}{D_1}(J-1)^2$.

Dabei bezeichnen $\bar{I}_1 = \mathrm{Spur}(\bar{\mathbf{C}}) = J^{-2/3}\,I_1 = J^{-2/3}\,\mathrm{Spur}(\mathbf{C})$ die erste (modifizierte) Invariante des *rechten* Cauchy–Green–Verzerrungstensors $\mathbf{C} = \mathbf{F}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F}$ und J die Determinante des Deformationsgradienten $\mathbf{F}$.

Damit ergibt sich die 2. Piola–Kirchhoff-Spannung zu

$$\mathbf{S} = 2\,\frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}\ . \tag{2}$$

Gegeben sind der Spannungstensor $\mathbf{S}$ und die Materialparameter c_1, c_2, c_3 und D_1. Zur realitätsnahen Beschreibung von (inkompressiblen) Elastomerwerkstoffen ist dabei die Größenordnung von c_1 um drei höher als die von D_1: $\mathcal{O}(c_1) \simeq \mathcal{O}(D_1) + 3$.

Wie bestimmt man nun am geschicktesten den zugehörigen Tensor $\mathbf{C}$ *?*